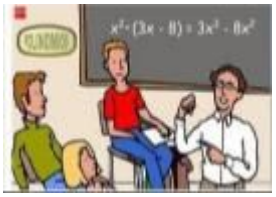
# 9º Expresiones algebraicas



# 9.1 Expresiones algebraicas

**Concepto de Lenguaje Algebraico.**

El lenguaje algebraico utiliza letras, números y signos de operaciones para expresar informaciones.

**Una expresión algebraica** es una combinación de números y letras unidos o ligados por las operaciones aritméticas de:

- Suma.
- Resta.
- Multiplicación.
- División.

**. Términos de una expresión algebraica**:

Se llaman así a las expresiones numéricas o algebraicas separadas por los signos de sumar o resta

*Los siguientes son ejemplos* de las expresiones algebraicas más usadas, en forma verbal y escrita:

La suma de dos números a + b
La resta o diferencia de dos números x– y
El producto de dos números ab
El cociente de dos números x/y
El cociente de la suma de dos números, sobre la diferencia a+b/a-b
El doble de un número 2x
El doble de la suma de dos números 2(a+b)
El triple de la diferencia de dos números 3(x-y)
La mitad de un número x/2
La mitad de la diferencia de dos números (x-y)/2
El cuadrado de un número $x^2$
El cuadrado de la suma de dos números $(x+y)^2$
El triple del cuadrado de la suma de dos números. $3.( x+y)^2$
La suma de 3 números a+b+c
La semisuma de dos números.(a+b)/2

**Valor numérico de una expresión algebraica**

Es el número obtenido al sustituir la letras por números determinados y efectuar las operaciones indicadas.
El valor numérico de un expresión algebraica no es único depende del valor que se de a la letra o letras que en ella intervienen.

*Ejemplo:* Para la expresión: $a^3-3b^2$, calculamos el valor numérico para los números a=4 y b= 2 , solo tenemos que sustituir estos valores en la expresión anterior, $a^3-3b^2 = 4^3-3\cdot2^2= 64- 3\cdot4= 52$

# Ejercicios

**1º**Indica las expresiones algebraicas de las siguientes frases:

a) El doble de un número.
b) El cuadrado de un número menos tres.
c) La suma de dos números.
d) La diferencia de los cuadrados de dos números.
e) La mitad de un número.
f) El cuádruplo de un número.
g) La suma de un número y su cuadrado.
h) El doble de un número menos cinco.
i) La tercera parte de un número.
j) El cuadrado de la suma de dos números.
k) El doble de la suma de tres números.
l) El triple de la raíz cuadrada de un número.
m) La suma de tres números consecutivos.
n) Una cuarta parte de la suma de dos números.
ñ) Un número aumentado en cinco unidades.
o) El doble de un número menos el triple de otro.
p) Las tres cuartas partes de un número.
q) El cubo de la diferencia de dos números.
r) El producto de dos números.
s) La décima parte de un número más el quíntuplo de otro.

**2º**Representamos por x el número de coches que hay en un aparcamiento y por y el número de motos. Escribe una expresión algebraica que indique el número de ruedas que hay en total.

**3º** Elige la respuesta adecuada

| Expresión algebraica | Elige la respuesta adecuada |
|---|---|
| 1 la mitad de un número | A) $x^2$<br>B) $2 \cdot x$<br>C) $x/2$ |
| 2. el doble de un número más tres | A) $x/2 + 3$<br>B) $2 \cdot (x + 3)$<br>C) $2x + 3$ |
| 3. el triple de un número menos cuatro | A) $x - 3 \cdot 4$<br>B) $3 \cdot 4 - x$<br>C) $3x - 4$ |
| 4. la mitad del cubo de un número | A) $x^3/2$<br>B) $3/2 \cdot x$<br>C) $3 \cdot x /2$ |
| 5. siete menos un número | A) $7 - x$<br>B) $7 - 3$<br>C) $x - 7$ |
| 6. el doble de la suma de dos números | A) $2 \cdot (m + n)$<br>B) $2 \cdot m + n$ |

| | |
|---|---|
| | C) $m + n \cdot 2$ |
| 7. la edad de una persona hace cinco años | A) $5 - x$<br>B) $32 - 5$<br>C) $x - 5$ |
| 8. el cuadrado más el triple de un número | A) $x^2 + 3 \cdot x$<br>B) $3^2 + 3 \cdot x$<br>C) $x + 3^2$ |
| 9. la quinta parte del triple de un número | A) $3 \cdot 5 / x$<br>B) $3 \cdot x / 5$<br>C) $x/3 \cdot 5$ |
| 10. el triple de la suma de tres números | A) $a + b + c \cdot 3$<br>B) $3 + a + b + c$<br>C) $3 \cdot (a + b + c)$ |

**4º** Calcula el valor numérico de $3x-5$ para:

a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 0$ d) $x = -1$ e) $x = -2$

**5º** Calcula el valor numérico de $4a^2-7$ para:

a) $a = 1$ b) $a = 2$ c) $a = 0$ d) $a = -1$ e) $a = -2$

**6º** Calcula el valor numérico de $2x^3-5x$ para:

a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 0$ d) $x = -1$ e) $x = -2$

**7º** Calcula el valor numérico de $2a-3b$ para:

a) $a = 1 , b = 2$ b) $a = -1 , b = 2$ c) $a = 0 , b = -2$ d) $a = -1 , b = -1$

**8º**Calcula el valor numérico de $x^3-2y$ para:

a) $x = 1 , y = 2$ b) $x = -1 , y = 2$ c) $x = 0 , y = -2$ d) $x = -1 , y = -1$

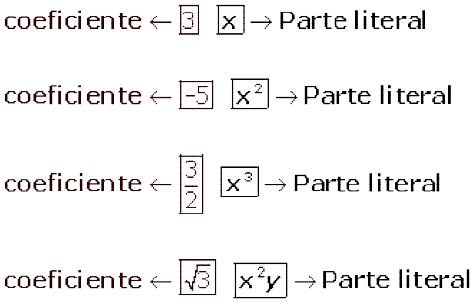
# 9.2 Monomios

**Definición de monomio**

Un **monomio** es una **expresión algebraica** en la que las únicas **operaciones** que aparecen entre las variables son el **producto y la potencia de exponente natural.**

$2x^2 y^3 z$

**Partes de un monomio**




**Coeficiente**

El **coeficiente** del **monomio** es el número que aparece multiplicando a las variables.

***Parte literal***

La **parte literal** está constituida por las letras y sus exponentes.

**Grado**

El **grado** de un **monomio** es la suma de todos los exponentes de las letras o variables.

El grado de $2x^2 y^3 z$ es: 2 + 3 + 1 = 6

**Monomios semejantes**

Dos **monomios** son **semejantes** cuando tienen la **misma parte literal**.

*Ejemplo:* $2x^2 y^3 z$ es semejante a $5x^2 y^3 z$

**Operaciones con monomios**

**Suma de monomios**

Sólo podemos **sumar monomios semejantes**.

**La suma de los monomios es otro monomio que tiene la misma parte literal y cuyo coeficiente es la suma de los coeficientes.**

$\mathbf{ax^n + bx^n = (a + b)x^n}$

*Ejemplo:* $2x^2 y^3 z + 3x^2 y^3 z = 5x^2 y^3 z$

Si los **monomios no** son **semejantes** se obtiene un **polinomio**.

$2x^2 y^3 + 3x^2 y^3 z$

**Producto de un número por un monomio**

El **producto de un número por un monomio** es otro **monomio semejante** cuyo **coeficiente** es el **producto del coeficiente** de monomio **por el número**.

*Ejemplo:* $5 \cdot 2x^2 y^3 z = 10x^2 y^3 z$

**Multiplicación de monomios**

La **multiplicación de monomios** es otro **monomio** que tiene por **coeficiente el producto de los coeficientes y cuya parte literal se obtiene multiplicando las potencias que tenga la misma base.**

$\mathbf{ax^n \cdot bx^m = (a \cdot b)x^{n+m}}$

*Ejemplo*: $5x^2 y^3 z \cdot 2 y^2 z^2 = 10 x^2 y^5 z^3$

**División de monomios**

Sólo se pueden **dividir monomios** con la **misma parte literal** y con el **grado del dividendo mayor o igual** que el **grado** de la variable correspondiente del **divisor**. La **división de monomios** es otro **monomio** que tiene por **coeficiente el cociente de los coeficientes y cuya parte literal se obtiene dividiendo las potencias que tenga la misma base.**

**$ax^n : bx^m = (a : b)x^{n-m}$**

***Ejemplos:***

$$\frac{6x^3y^4z^2}{3x^2y^2z^2} = 2xy^2$$

Si el **grado del divisor es mayor**, obtenemos una **fracción algebraica**.

$$\frac{6x^3y^4z^2}{3x^5y^2z^4} = \frac{2y^2}{x^2z^2}$$

**Potencia de un monomio**

Para realizar la **potencia de un monomio** se eleva, cada elemento de éste, al exponente de la potencia.

**$(ax^n)^m = a^m \cdot x^{n \cdot m}$**

*Ejemplos*: $(2x^3)^3 = 2^3(x^3)^3 = 8x^9$

$(-3x^2)^3 = (-3)^3 (x^3)^2 = -27x^6$

# Ejercicios

**1)** Completa la tabla

| Monomio | Coeficiente | Parte literal | Grado |
|---|---|---|---|
| $8x^2$ | | | |
| $5\,ab^4c^2$ | | | |
| $x^2y$ | | | |
| $\frac{3}{4}p^2qr$ | | | |
| $\frac{5}{7}$ | | | |

**2)** Realiza las sumas y restas de monomios.

a) $2x^2y^3z + 3x^2y^3z =$
b) $2x^3 - 5x^3 =$
c) $3x^4 - 2x^4 + 7x^4 =$
d) $3x^2 + 2x^2 =$
e) $6x - 9x =$
f) $9x^3 + 12x^3 =$
g) $-5x^2 + 9x^2 =$
h) $-8x^4 - 4x^4 =$
i) $5x^2 + 2x^2 =$
j) $x - 8x =$
k) $4x^5 + x^5 =$
l) $9x^3 - 5x^3 =$
m) $8x^2 - 3x^3 =$

**3)** Efectúa los productos de monomios.

a) $(2x^3) \cdot (5x^3) =$
b) $(12x^3) \cdot (4x) =$
c) $5 \cdot (2x^2\, y^3\, z) =$
d) $(5x^2\, y^3\, z) \cdot (2\, y^2\, z^2) =$
e) $(18x^3\, y^2\, z^5) \cdot (6x^3\, y\, z^2) =$
f) $(-2x^3) \cdot (-5x) \cdot (-3x^2) =$
g) $3x \,.\, 2x =$
h) $2x^2 \,.\, 3x =$
i) $5x^4 \,.\, 4x^2 =$
j) $3/2\ x^3 - 5x^2 =$
k) $2x^7 \,.\, 4x =$
l) $2/5\ x^3 \,.\, 5x^2 =$
m) $8x \,.\, 3x^5 =$

**4)** Realiza las divisiones de monomios.

a) $(12x^3) : (4x) =$
b) $(18x^6\, y^2\, z^5) : (6x^3\, y\, z^2) =$
c) $(36\ x^3\, y^7\, z^4) : (12x^2\, y^2) =$
d) $15x^5 : 3x^2 =$
e) $20x^6 : 4x^2 =$
f) $30x^8 : 5x =$
g) $10x : 2 =$
h) $\dfrac{6x^3y^4z^2}{3x^2y^2z^2} =$

**5)** Calcula las potencias de los monomios.

**a)** $(2x^3)^3 =$
**b)** $2^3(x^3)^3 =$
**c)** $(-3x^2)^3 =$
**d)** $(-3)^3(x^3)^2 =$

**6)** Reduce las siguientes expresiones

a) $2x^2 - 3x + 4x - 9x^2 =$
b) $5x^3 - 7x + 2x - 9x^2 + 2x^3 - 5x^2 =$
c) $3x^2 - 1 - 2x^2 - x^2 + 7 =$
d) $6x^4 - 2x - 3x^4 + 3x =$
e) $10x^2 - 4x + 8x - 3x^2 =$
f) $12x^3 - 3x^2 - 5x^2 + 4x^3 - 3x^2 =$
g) $8x^3 - 2x - x^2 + 7x =$
h) $9x^4 - 2x^3 - 5x^4 + 3x^3 =$
i) $2a+3b-5a+b =$
j) $a+b-4c+3b+c-2a+a-7b+c =$
k) $2a^2+3b-2a+3b-5a+b-5a^2 =$
l) $-3ab-5a+6b-ab+a$
m) $5a+b-2a+3c-5a+2c-a+3b-8a+a-3b =$
n) $5x-4y+7x^2+y-2z-4y+3x^2-3z+x-7y =$
o) $a+3b-5a+7b =$
p) $3a+2b-4c+b+c-2a+a-4b+c =$
q) $5a^2+3b-2a+b-5a+b-2a^2$
r) $ab-5a+5b-4ab-a$

**7)** Realiza las siguientes operaciones con monomios:

1) $3x + 2x =$
2) $4x + x =$
3) $5x + 6x =$
4) $8x + 9x =$
5) $3x^2 + 2x^2 =$
6) $5x^2 + 4x^2 =$
7) $6x + 2x + 5x =$
8) $3x + 2x + x =$
9) $4x + 8x + 2x =$
10) $6x - 3x =$
11) $8x - 5x =$
12) $11x - x =$
13) $5x - 8x =$
14) $9x - 6x =$
15) $3x - 5x =$
16) $4x^2 - 9x^2 =$
17) $7x^2 - 10x^2 =$
18) $x^2 - 5x^2 =$
19) $3x + 6x - 4x =$
20) $2x - 5x - 4x =$
21) $x - 3x - 4x =$
22) $2x^2 \,.\, 5x^3 =$
23) $3x \,.\, 4x^2 =$
24) $5x \,.\, 3x^4 =$
25) $4a^2 \,.\, 5a^3 =$
26) $3a^4 \,.\, 6a^2 =$
27) $2b^6 \,.\, 3b^4 =$
28) $12x^4 : 3x =$
29) $20x^8 : 2x^6 =$
30) $16x^7 : 8x^5 =$
31) $6a^6 : 2a^2 =$
32) $8b^5 : 4b =$
33) $10c^8 : 5c_5 =$
34) $4x + 7x =$
35) $9x + x =$
36) $2x + 7x =$
37) $4x + 10x =$
38) $12x^2 + 4x^2 =$
39) $4x^2 + 5x^2 =$
40) $9x + 3x + 6x =$
41) $x + 5x + 5x =$
42) $3x + 5x + 6x =$

# 9.3 Polinomios

Un **polinomio** es una expresión algebraica de la forma:

**$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x^1 + a_0$**

Siendo **$a_n, a_{n-1} \ldots a_1, a_0$** números, llamados **coeficientes**.

**n un número natural.**

**x la variable o indeterminada.**

**$a_n$ es el coeficiente principal.**

**$a_0$ es el término independiente.**

**Grado de un polinomio**

El **grado** de un **polinomio** P(x) es el **mayor exponente** al que se encuentra elevada la **variable** x.

**Valor numérico de un polinomio**

Es el resultado que obtenemos al sustituir la variable x por un número cualquiera.

$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ ; $x = 1$

$P(1) = 2 \cdot 1^3 + 5 \cdot 1 - 3 = 2 + 5 - 3 = 4$

**Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de los términos del mismo grado.**

$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ $\quad$ $Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$

1º **Ordenamos** los **polinomios**, si no lo están. $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) + (2x^3 - 3x^2 + 4x)$

2º **Agrupamos** los **monomios** del **mismo grado**.

$P(x) + Q(x) = 2x^3 + 2x^3 - 3x^2 + 5x + 4x - 3$

3º **Sumamos los monomios semejantes**.

$P(x) + Q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 9x - 3$

También podemos sumar polinomios escribiendo uno debajo del otro, de forma que los monomios semejantes queden en columnas y se puedan sumar.

$P(x) = 7x^4 + 4x^2 + 7x + 2$ $\quad$ $Q(x) = 6x^3 + 8x + 3$

$$\begin{array}{r} 7x^4 + 4x^2 + 7x + 2 \\ 6x^3 + 8x + 3 \\ \hline 7x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 15x + 5 \end{array}$$

$P(x) + Q(x) = 7x^4 + 6x^3 + 4x^2 + 15x + 5$

## Resta de polinomios

**La resta de polinomios** consiste en **sumar el opuesto del sustraendo**.

$P(x) - Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x)$

$P(x) - Q(x) = 2x^3 + 5x - 3 - 2x^3 + 3x^2 - 4x$

$P(x) - Q(x) = 2x^3 - 2x^3 + 3x^2 + 5x - 4x - 3$

$P(x) - Q(x) = 3x^2 + x - 3$

### Multiplicación de un número por un polinomio

Es otro **polinomio** que tiene de **grado** el **mismo** del polinomio y como **coeficientes** el **producto de los coeficientes del polinomio por el número**.

*Ejemplo* $3 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^3 - 9x^2 + 12x - 6$

### Multiplicación de un monomio por un polinomio

Se **multiplica el monomio** por todos y **cada** uno de los **monomios que forman el polinomio**.

*Ejemplo* :$3x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^5 - 9x^4 + 12x^3 - 6x^2$

### Multiplicación de polinomios

$P(x) = 2x^2 - 3 \quad Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

**Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos segundo polinomio.**

$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x) =$

$= 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x =$

**Se suman los monomios del mismo grado.**

$= 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$

Se obtiene otro ***polinomio*** cuyo **grado** es la **suma** de los **grados** de los **polinomios** que se **multiplican**.

También podemos **multiplicar polinomios** del siguiente modo

$$
\begin{array}{r}
2x^3 - 3x^2 + 4x \\
\underline{\qquad\qquad 2x^2 - 3} \\
-6x^3 + 9x^2 - 12x \\
4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \\
\hline
4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x
\end{array}
$$

1. Sean los polinomios: $A(x) = -3x^2+3x$; $B(x) = 2x^2+3$; $C(x) = 3x^4+2x^3-x^2+5$; $D(x) = x + 3$.

a) $A(x) + B(x) + C(x)$
b) $C(x) + D(x)$
c) $A(x).\ D(x)$
d) $B(x).\ D(x)$

2. Multiplicar:

**1)** $(x^4 - 2x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3) =$

**2)** $(3x^2 - 5x) \cdot (2x^3 + 4x^2 - x + 2) =$

3. Sean los polinomios: $A(x) = -3x^2+3x$; $B(x) = 2x^2+3$; $C(x) = 3x^4+2x^3-x^2+5$; $D(x) = x + 3$

a) $A(x) \cdot B(x)$

d) $D(x) \cdot C(x)$

c) $B(x) \cdot C(x)$

4. Sabiendo que $P(x) = 2x^4 + x^2 - 4x - 1$ y $Q = 4x^4 - 2x$. Calcula:

a) $P(x) + Q(x)$
b) $P(x) - Q(x)$